

**КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**2025-2026 учебный год**

**по МАТЕМАТИКЕ**  
**7 класс**

**ДОПОЛЕНИЕ**

5. Простое число  $p$  назовём *стандартным*, если существуют различные натуральные числа  $(1 < a, b < \frac{p}{2})$  такие, что  $ab - 2$  делится на  $p$ . Докажите, что существует лишь конечное число простых нестандартных чисел.

*Решение.* Докажем, что все простые  $p > 17$  являются стандартными.  
Если  $p$  дает остаток 1 при делении на 3, то

$$p + 2 = \frac{p + 2}{3} \cdot 3.$$

При этом  $\frac{p+2}{3} < \frac{p}{2}$ , поэтому достаточно взять  $a = \frac{p+2}{3}$ ,  $b = 3$ .

Если же  $p$  дает остаток 2 при делении на 3, то

$$2p + 2 = \frac{p + 1}{3} \cdot 6.$$

Тогда можно взять  $a = \frac{p+1}{3}$ ,  $b = 6$

Исключение  $p = 17$ . Для  $p = 17$ ,  $(a, b) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$   $a = \frac{p+1}{3} = 6$ ,  $b = 6$ . Числа должны быть различные. Нестандартное.

*Утверждение без доказательства, что все  $p > 17$  – стандартные – 2 балла.*  
*Разобран только один случай остатка 1 или 2 при делении на 3. – 3 балла.*